

СПИСОК
билетов для экзамена по курсу
«УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»
(факультет ВМК, 5-й семестр, 3-й курс, 3-й поток, 2020/2021 учебный год)

Первый вопрос билета предполагает полный развернутый ответ со всеми необходимыми для этого доказательствами и объяснениями (максимальный технический балл 3).

Второй вопрос билета предполагает конспективный ответ, не требующий полного обоснования (максимальный технический балл 1).

Билет 1.

1. Классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка для функции двух переменных $u = u(x, y)$.
2. Принцип максимума для гармонических функций.

Билет 2.

1. Некоторые физические задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа.
2. Первая и вторая формулы Грина.

Билет 3.

1. Математическая постановка задач для уравнения колебаний струны.
2. Необходимое условие разрешимости задачи Неймана для уравнения Лапласа.

Билет 4.

1. Метод распространяющихся волн. Формула Д'Аламбера.
2. Формула для потенциала двойного слоя в трехмерном случае.

Билет 5.

1. Метод разделения переменных для уравнения колебаний струны в одномерном случае.
2. Формула для логарифмического потенциала двойного слоя.

Билет 6.

1. Теорема существования и единственности для смешанной задачи для уравнения колебаний в одномерном случае.
2. Разрыв логарифмического потенциала двойного слоя на границе области.

Билет 7.

1. Некоторые физические задачи, приводящие к уравнениям параболического типа в случае одной пространственной переменной.
2. Постановка внешней задачи Дирихле для уравнения Лапласа на плоскости.

Билет 8.

1. Математическая постановка задач для уравнения теплопроводности.
2. Третья (основная) формула Грина.

Билет 9.

1. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности на бесконечной прямой. Интеграл Пуассона.
2. Определение функции Грина для задачи Дирихле для уравнения Пуассона в пространстве.

Билет 10.

1. Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Теоремы единственности и устойчивости для смешанной задачи для уравнения теплопроводности.
2. Общее решение уравнения Лапласа в полярных координатах.

Билет 11.

1. Теорема существования решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
2. Постановка внешней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в пространстве.

Билет 12.

1. Теорема единственности решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
2. Интеграл энергии для уравнения колебаний.

Билет 13.

1. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности на полубесконечной прямой с нулевым краевым условием первого рода.
2. Задача Гурса. Сведение к эквивалентной системе интегральных уравнений.

Билет 14.

1. Решение смешанной краевой задачи для уравнения теплопроводности на отрезке методом разделения переменных.
2. Свойства гармонических функций.

Билет 15.

1. Некоторые физические задачи, приводящие к уравнениям Лапласа и Пуассона.
2. Сопряженный дифференциальный оператор в двумерном случае.

Билет 16.

1. Первая и вторая формулы Грина.
2. Формула Д'Аламбера.

Билет 17.

1. Третья (основная) формула Грина.
2. Интеграл Пуассона для решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.

Билет 18.

1. Постановка основных краевых задач для уравнения Лапласа.
2. Задача Коши для уравнения колебаний струны на полуограниченной прямой.

Билет 19.

1. Решение внутренней краевой задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге. Формула Пуассона.
2. Теоремы единственности и устойчивости решения задачи Коши для уравнения колебаний.

Билет 20.

1. Функция Грина для краевой задачи Дирихле для уравнения Лапласа в пространстве.
2. Постановка задачи Коши для уравнения теплопроводности на неограниченной прямой.

Билет 21.

1. Применение метода конформных отображений для решения краевых задач для уравнения Лапласа на плоскости.
2. Решение смешанной задачи для нелинейного уравнения теплопроводности. Промежуточная асимптотика.

Билет 22.

1. Логарифмический потенциал двойного слоя. Существование логарифмического потенциала двойного слоя на границе области.
2. Пример Адамара.

Билет 23.

1. Разрыв логарифмического потенциала двойного слоя на границе области.
2. Преобразование Хопфа-Коула для уравнения Бюргерса.

Билет 24.

1. Сведение внутренней и внешней задач Дирихле для уравнения Лапласа к интегральному уравнению.
2. Метод продолжения для задачи Коши для уравнения теплопроводности на полуограниченной прямой в случае краевых условий второго рода.

Билет 25.

1. Уравнение Бюргерса. Преобразование Хопфа-Коула. Решение задачи Коши для уравнения Бюргерса.
2. Формула среднего значения для гармонической функции.

Билет 26.

1. Уравнение Кортевега-де Фриза. Решение уравнения Кортевега-де Фриза в виде солитона.
2. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.

Билет 27.

1. Смешанная задача для уравнения теплопроводности и колебаний в пространственном случае.
2. Уравнение Кортевега-де Фриза и его решение в виде солитона.

Билет 28.

1. Задача на собственные значения и собственные функции для оператора Лапласа в круге. Сведение к уравнению Бесселя.
2. Разрыв потенциала двойного слоя на границе области в трехмерном случае.

Билет 29.

1. Уравнение Бесселя. Решение уравнения Бесселя в виде степенного ряда. Функции Бесселя и Неймана. Общее решение уравнения Бесселя.
2. Принцип максимума для уравнения Лапласа.

Билет 30.

1. Решение смешанной задачи для уравнения теплопроводности в шаре в сферически-симметричном случае с нулевыми краевыми условиями первого рода.
2. Пусть $f(z, z_0)$ – аналитическая функция, осуществляющая конформные отображения односвязной области в единичный круг с переводом точки z_0 в начало координат. Написать выражение для функции Грина задачи Дирихле в этой области.